Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas

Nombre: ____________________

Carnet: __________ Sección: __________

MA2113 abril-junio 1999. Primer Parcial. Tipo 2.

RAZONAR SUS RESPUESTAS

1. (13 ptos) Calcular las coordenadas$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ del centro de gravedad de la porción S del plano $z = x$ limitada por los planos $x + y = 1, x = 0, y = 0$. $(\bar{x} = \dfrac{1}{A(S)} \displaystyle\int_S x dS$ y semejante para $\bar{y}, \bar{z}$, siendo $A(S)$ el área de S).

2. (13 ptos) Sea $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, 2xy + x, z)$. Sea C el círculo $x^2 + y^2 = 1$ y S el disco $x^2 + y^2 \leq 1$ dentro del plano $z = 0$.
   a) Determinar el flujo de $\mathbf{F}$ hacia afuera de S.
   b) Determinar la circulación de $\mathbf{F}$ alrededor de C.
   c) Hallar el flujo de $\nabla \times \mathbf{F}$. Verificar directamente el teorema de Stokes en este caso.

3. (12 ptos)Calcular $\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, \mathrm{d}S$ siendo S la superficie $S = \{(x, y, z) \,|\, x^2 + y^2 = z^2,\ 0 \leq z \leq 1\} \cup \{x^2 + y^2 \leq 1,\ z = 1\}$ y $\mathbf{F} = (xy + \operatorname{sen}(z^3), e^{x^2} - xy, z^2/2)$.

4. (12 ptos)
   (a) Sea $z = x + iy$ y sea $f(z) = x^3 + i(1 - y)^3$. Hallar el subconjunto de $\mathbf{C}$ donde $f'(z)$ existe, y el dominio de analiticidad de f.
   (b) Hallar todas las soluciones de $z^4 = -1$.